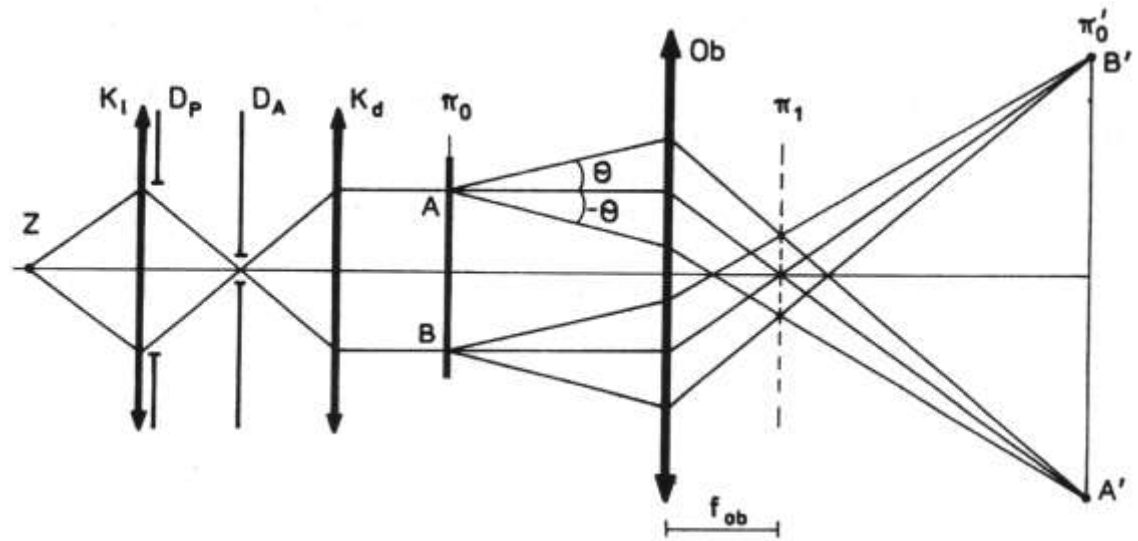


# Mikroskop – teoria Abbego

- Zastosujemy **teorię dyfrakcji** do opisu sposobu powstawania obrazu w mikroskopie:



- Oświetlacz typu Köhlera tworzy równoległą wiązkę światła, padającą na obserwowany obiekt (płaszczyzna  $\pi_0$ );
- Pole widzenia ograniczone jest przez przysłonę  $D_p$ ;
- Przysłona  $D_A$  ogranicza rozbieżność kątową wiązki oświetlającej.

# Mikroskop – teoria Abbego

- Załóżmy, że przedmiot stanowi sinusoidalna siatka o częstości przestrzennej

$$\nu = 1/X_0$$

Jej transmitancja opisana jest wzorem:  $t(x) = A + B \cos(2\pi\nu x) \quad A > B$

- Jak **ZAPEWNE PAMIĘTAMY**, płaska fala, padając na tak określoną strukturę, tworzy dwie wiązki ugięte pod kątami zależnymi od częstości przestrzennej przedmiotu:

$$\tan(\Theta) = \pm\nu\lambda$$

- W płaszczyźnie ogniskowej obrazowej obiektywu  $\pi_1$  wiązki te skupiają się, tworząc obraz dyfrakcyjny przedmiotu. Obserwujemy **trzy punkty** (reprezentujące trzy fale):

- środkowy, reprezentujący „zerową” częstość przestrzenną, czyli tło;
- dwa boczne punkty, reprezentujące częstość przestrzenną  $\nu$ .

Te trzy fale tworzą następnie obraz „podobny” do przedmiotu w płaszczyźnie  $\pi_0'$ .

# Mikroskop – teoria Abbego

- Jeśli nawet przedmiot nie jest sinusoidalną siatką, możemy przyjąć że jest periodyczny z okresem  $X_0$  i zastosować rozkład Fouriera do jego transmitancji:

$$t(x) = T_0 + \sum_{m=1}^{\infty} T_m' \cos(2\pi mx / X_0) + \sum_{m=1}^{\infty} T_m'' \sin(2\pi mx / X_0)$$

- Fala świetlna, padająca na taki przedmiot, ulega dyfrakcji i tworzy szereg fal płaskich, ugiętych pod kątami:  $\tan(\Theta_m) = \pm m \lambda \nu \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$

- Każda z tych wiązek po przejściu przez obiektyw skupia się w jego tylnej płaszczyźnie ogniskowej w innej odległości od osi:

$$\xi_m = f_{ob} \tan(\Theta_m) = m f_{ob} \lambda \nu$$

- W płaszczyźnie tej tworzy się więc **obraz dyfrakcyjny przedmiotu** – szereg punktów świecących o nateżeniach zależnych od współczynników w rozwinięciu Fouriera. Z dodania (interferencji) tych fal powstaje obraz geometryczny (w płaszczyźnie  $\pi_0'$ ).

# Mikroskop – teoria Abbego

- Nawet w przypadku przedmiotu nieperiodycznego możemy zastosować transformatę Fouriera. Fala płaska, padająca na przedmiot o dowolnej transmitancji amplitudowej  $t(x)$ , ulega dyfrakcji i w płaszczyźnie ogniskowej obrazowej soczewki odwzorowującej otrzymujemy rozkład amplitudy świetlnej, opisany transformatą Fouriera:

$$\tau(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} t(x) \exp\left[-\frac{2\pi i}{\lambda f'} x \nu\right] dx$$

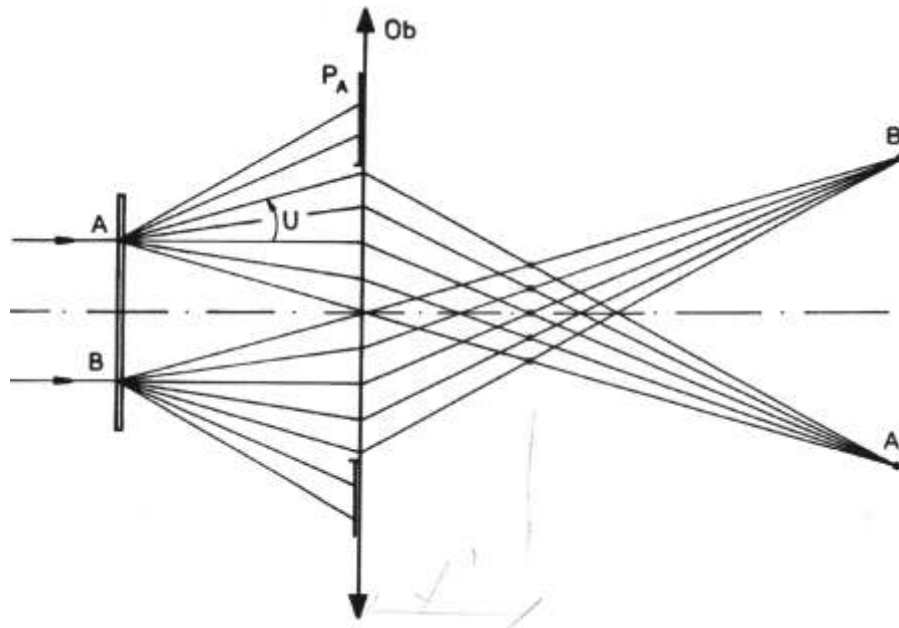
Przejście światła od płaszczyzny obrazu dyfrakcyjnego do płaszczyzny obrazu geometrycznego opisuje odwrotne przekształcenie Fouriera:

$$t'(x_{ob}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tau(\nu) \exp\left[-\frac{2\pi i}{\lambda z_{ob}} \nu x_{ob}\right] d\nu$$

a więc obraz jest podobny do przedmiotu.

# Mikroskop – teoria Abbego

- Jak dotychczas, otrzymane wyniki (tworzenie obrazu) są **analogiczne** do tych, osiągniętych za pomocą teorii geometrycznej! Na czym więc polegają **różnice** (ograniczenia) teorii dyfrakcyjnej?



- Nawet wtedy, gdy **apertura obiektywu** jest bardzo duża, jest ona zawsze **skończona**. Nie wszystkie wiązki światła, ugięte na przedmiocie, trafią więc do obiektywu i zostaną skupione w płaszczyźnie obrazu dyfrakcyjnego. Oznacza to, że w **drugiej części procesu tworzenia obrazu (transformata odwrotna)** weźmie udział **tylko skończona liczba fal składowych**. Obliczanie odwrotnej transformaty Fouriera odbędzie się w skończonych granicach a więc otrzymany wynik musi się różnić od „idealnego”. Pewna część informacji o przedmiocie, zawarta w składowych harmonicznych o **wysokich częstościach przestrzennych** nie zostanie odtworzona w obrazie.

# Mikroskop – teoria Abbego

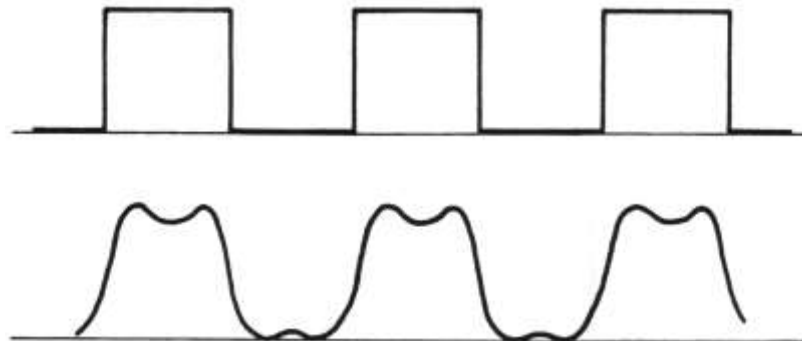
- W szczególności, gdy przedmiotem będzie siatka periodyczna o **jednej** częstotliwości przestrzennej  $\nu_0$ , to wiązki światła ugięte na tej strukturze trafią do obiektywu a następnie wezmą udział w tworzeniu obrazu tylko wtedy, gdy apertura obiektywu będzie równa co najmniej:

$$u_0 = \arcsin(\nu\lambda)$$

Jest to **zdolność rozdzielcza obiektywu** – często wyraża się ją przez najmniejszą odległość  $d$  między dwoma odwzorowanymi punktami:

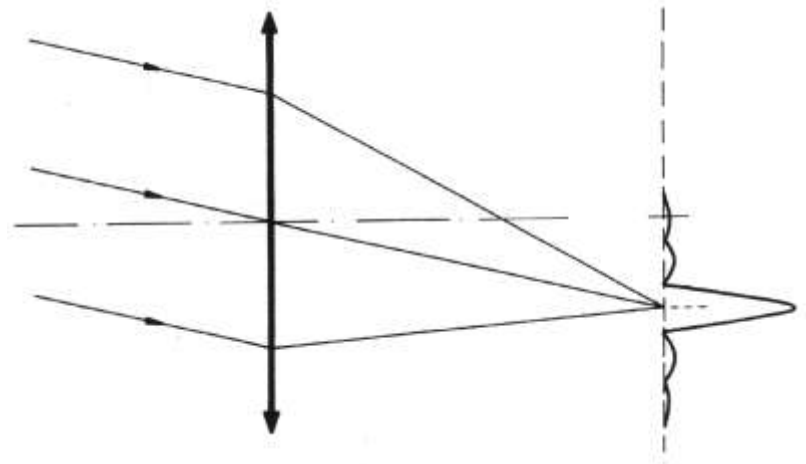
$$d = \frac{\lambda}{D/2z}$$

gdzie  $D/2z$  jest **połówkowym kątem aperturowym** obiektywu.



# Mikroskop – teoria Abbego

- Tak więc obraz dawany przez obiektyw o skończonych rozmiarach jest zawsze **rozmyty**. Rozmycie to powstaje jako wynik dyfrakcji światła na ograniczeniu, jakim jest przesłona aperturowa (żrenica wejściowa) tego obiektywu.
- Obrazem punktowego przedmiotu jest więc nie punkt, ale plamka o skończonych rozmiarach, zwana **punktową funkcją rozmycia**. W przypadku istnienia w układzie aberracji, wpływają one również na kształt tej plamki i dlatego nazywamy ją także **plamką aberracyjną**.
- Dyfrakcyjna teoria odwzorowania wyjaśnia oczywiście sposób powstawania obrazu nie tylko w mikroskopie. Na przykład obrazem dalekiej gwiazdy (punkt!) w lunecie jest punktowa funkcja rozmycia równa obrazowi dyfrakcyjnemu (dalekiego pola) żrenicy wejściowej:



# Mikroskop – teoria Abbego

- Przykład: Dla źrenicy kołowej o średnicy  $D$  amplitudową punktową funkcją rozmycia jest krążek Airy'ego:

$$h(x') = \frac{J_1\left(\frac{\pi D x'}{\lambda f}\right)}{\left(\frac{\pi D x'}{\lambda f}\right)}$$

- Rozkład natężenia światła w obrazie punktu nazywamy natężeniową punktową funkcją rozmycia, np. (dla źrenicy kołowej):

$$H(x') = |h(x')|^2 = \frac{J_1^2\left(\frac{\pi D x'}{\lambda f}\right)}{\left(\frac{\pi D x'}{\lambda f}\right)^2}$$



# Mikroskop – teoria Abbego

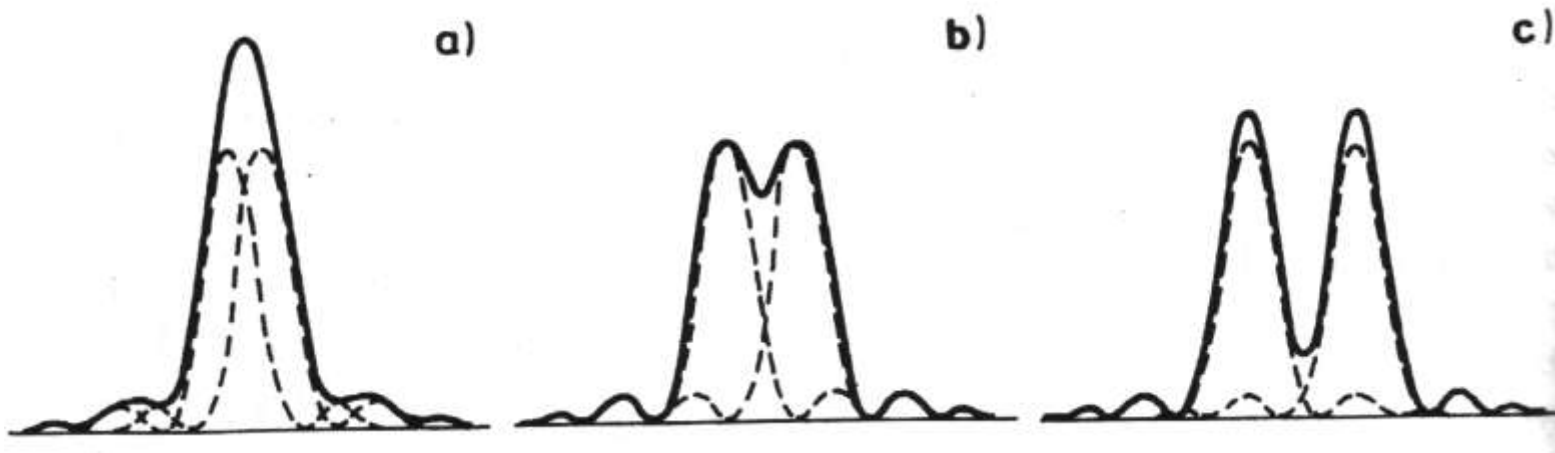
- Dla niewielkich przesunięć możemy z dobrym przybliżeniem przyjąć, że obrazem **dwóch** punktów leżących w niewielkiej odległości  $\Delta$  od siebie jest **suma** dwóch identycznych punktowych funkcji rozmycia, przesuniętych względem siebie o wielkość zależną od  $\Delta$  i od powiększenia poprzecznego układu  $\beta$ .
- Jeśli przedmiot jest oświetlony **niekoherentnie**, to dodają się **natężeniowe** funkcje rozmycia:

$$H(\xi) = H(\xi - \beta\Delta/2) + H(\xi + \beta\Delta/2)$$

- Gdy odległość między punktami jest zbyt mała, **plamki aberracyjne nakładają się**, uniemożliwiając rozróżnienie poszczególnych punktów.

# Kryterium rozdzielczości

- Kryterium rozdzielczości Rayleigha orzeka, że bezaberracyjny układ optyczny umożliwi rozróżnienie dwóch punktów, jeżeli maksimum punktowej funkcji rozmycia jednego punktu przypadnie na pierwsze minimum dyfrakcyjne punktowej funkcji rozmycia drugiego punktu.



# Kryterium rozdzielczości

- Przykład I: dla źrenicy kwadratowej o boku  $a$  odległość ta wynosi:

$$\Theta_{gr} = \frac{\lambda}{a}$$

(czemu podawana jest za pomocą miary kątowej?). Zwana jest ona dwupunktową zdolnością rozdzielczą.

- Przykład II: dla źrenicy kołowej o średnicy  $D$  odległość ta wynosi:

$$\Theta_{gr} = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

(liczba 1,22 wynika z warunku na minimum funkcji Bessela).

- W praktyce, granicę zdolności rozdzielczej wyznacza się, obserwując **testy kreskowe**, składające się z pól pokrytych układami równoległych i równoodległych linii.