

IV. Ładunek/prąd – źródła stacjonarnych pól:elektrycznego/magnetycznego. Prawo Gaussa/prawo Ampera. Ładunek/dipol elektryczny w polu elektrycznym. Dipol magnetyczny w polu magnetycznym. Elektryczne i magnetyczne własności materiałów.

1. Spoczywający początkowo elektron znalazł się w jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu $2 \cdot 10^4$ N/C. Oblicz przyspieszenie elektronu (pomiń siłę ciężkości).
2. Oblicz wartość siły oddziaływania dipola elektrycznego o momencie dipolowym $3,6 \cdot 10^{-29}$ C·m na elektron, znajdujący się na osi dipola, w odległości 25 nm od jego środka. Załóż, że ta odległość jest duża w porównaniu z odległością ładunków dipola.
3. Stosując pola elektryczne do przyspieszania protonów w „działach protonowych” można wytwarzać wiązki szybkich protonów. a) Jakiego przyspieszenia dozna proton, jeżeli natężenie pola elektrycznego „działa” wynosi $2 \cdot 10^4$ N/C ? b) Jaka prędkość uzyska proton, jeśli pole będzie przyspieszało proton na drodze 1 cm?
4. Elektron, którego prędkość jest równa $5 \cdot 10^8$ cm/s, wpada w pole elektryczne o natężeniu $1 \cdot 10^3$ N/C, poruszając się wzdłuż linii pola w kierunku, w którym jego ruch jest opóźniony. a) Jaka drogę przebywa elektron w polu do chwili zatrzymania? b) Ile czasu upłynie do tego momentu? c) Jeśli obszar pola elektrycznego ma tylko 8 mm długości (za mało do zatrzymania w nim elektronu), to jaka część początkowej energii kinetycznej elektronu zostanie w tym obszarze stracona?
5. W obszarze między dwiema przeciwnie naładowanymi płytami istnieje jednorodne pole elektryczne. Elektron początkowo spoczywający przy ujemnie naładowanej płycie uderzył po czasie $1,5 \cdot 10^{-8}$ s w przeciwnie naładowaną płytę znajdującą się w odległości 2 cm. a) Ile wynosiła prędkość elektronu w momencie, gdy zderzył się z płytą? b) Jaka jest wartość natężenia pola elektrycznego \mathbf{E} ?
6. W pewnej chwili składowe prędkości elektronu, poruszającego się między dwiema naładowanymi równoległymi płytami wynoszą $v_x = 1,5 \cdot 10^5$ m/s i $v_y = 3 \cdot 10^3$ m/s. Załóż, że pole elektryczne między płytami jest dane przez $\mathbf{E} = (120 \text{ N/C}) \mathbf{j}$. a) Ile wynosi przyspieszenie elektronu? b) Ile wynosić będzie prędkość elektronu, gdy jego współrzędna x zmieni się o 2 cm?
7. Dipol elektryczny, składający się z ładunków o wartości 1,5 nC znajdujących się w odległości 6,2 μm od siebie, umieszczony jest w polu elektrycznym o natężeniu 1100 N/C. a) Jaka jest wartość elektrycznego momentu dipolowego dipola? b) Jaka jest różnica między energiami potencjalnymi, odpowiadającymi równoległemu i antyrównoległemu ustawieniu dipola względem natężenia pola?
8. Dipol elektryczny, składający się z ładunków $+2e$ i $-2e$, umieszczonych w odległości 0,78 nm od siebie, znajduje się w polu elektrycznym o natężeniu $3,4 \cdot 10^6$ N/C. Oblicz wartość momentu siły działającego na dipol, jeśli moment dipolowy jest: a) równoległy, b) prostopadły, c) antyrównoległy do natężenia pola elektrycznego.
9. Znajdź pracę potrzebną do obrócenia dipola elektrycznego o 180° w jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu \mathbf{E} – wynik wyraż przez wartość p momentu dipolowego, wartość E natężenia pola i początkowy kąt θ_0 pomiędzy wektorem \mathbf{p} i \mathbf{E} .
10. Mamy cztery ładunki punktowe $2q$, q i $-2q$. Jeśli to możliwe opisz, jak powinna być umieszczona zamknięta powierzchnia, otaczająca przynajmniej ładunek $2q$ (i ewentualnie inne ładunki), aby wypadkowy strumień elektryczny przez tę powierzchnię wynosił: a) 0, b) $3q/\epsilon_0$, c) $-2q/\epsilon_0$.
11. Ładunek punktowy o wartości $1,8 \mu\text{C}$ znajduje się w środku sześcienniej powierzchni Gaussa. Jaki jest wypadkowy strumień elektryczny przez tę powierzchnię, jeśli długość krawędzi sześcianu wynosi 55 cm.

12. Stwierdzono doświadczalnie, że natężenie pola elektrycznego w pewnym obszarze atmosfery ziemskiej jest skierowane pionowo w dół. Na wysokości 300 m natężenie pola ma wartość 60 N/C , a na wysokości 200 m – wartość 100 N/C . Znajdź wypadkowy ładunek w sześcianie, którego długość krawędzi wynosi 100 m, a ściany poziome umieszczono na wysokości 200 i 300 m. Zaniedbaj krzywiznę Ziemi.
13. Ładunek punktowy q znajduje się na jednym z wierzchołków sześcianu o krawędzi a . Jaki strumień elektryczny przenika przez każdą ze ścian sześcianu? (Wskazówka: Zastosuj prawo Gaussa i właściwości symetrii).
14. Nieskończona naładowana linia prosta wytwarza pole elektryczne o natężeniu $4,5 \cdot 10^4 \text{ N/C}$, w odległości 2 m. Oblicz liniową gstość ładunku.
15. Długi prosty drut jest naładowany ujemnie z liniową gęstością ładunku $3,6 \text{ nC/m}$. Drut ma zostać otoczony cienką nieprzewodzącą powłoką walcową, współosiową z drutem o zewnętrznym promieniu 1,5 cm. Powłoka ma mieć dodatni ładunek na swej zewnętrznej powierzchni, rozłożony z taką gęstością powierzchniową σ , aby natężenie wypadkowego pola elektrycznego na zewnątrz powłoki było równe zeru. Oblicz gęstość σ .
16. Dwie naładowane długie współosiowe powierzchnie walcowe mają promienie 3 i 6 cm. Ładunek na jednostkę długości wynosi $5 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}$ na wewnętrznym walcu i $-7 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}$ na zewnętrznym walcu. Znajdź natężenie pola elektrycznego dla radialnej odległości od współrzędnej osi: a) $r = 4 \text{ cm}$, b) $r = 8 \text{ cm}$.
17. Długi nieprzewodzący walec o promieniu 4 cm jest naładowany niejednorodnie, z objętościową gęstością ładunku ρ , która jest funkcją odległości radialnej r od osi walca, określoną wzorem $\rho = Ar^2$, gdzie $A = 2,5 \text{ } \mu\text{C/m}^3$. Jaka jest wartość natężenia pola elektrycznego w odległości: a) 3 cm, b) 5 cm od osi walca?
18. Kwadratowa płyta metalowa o boku 8 cm i zaniedbywalnej grubości ma całkowity ładunek $6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. a) Oszacuj wartość E natężenia pola elektrycznego tuż nad środkiem płyty (powiedzmy w odległości 0,5 mm) zakładając, że ładunek jest rozłożony jednorodnie na obydwu powierzchniach płyty. b) Oszacuj wartość natężenia pola E w odległości 30 m (dłużej w stosunku do rozmiarów płyty) przyjmując, że płyta jest ładunkiem punktowym.
19. Dwie duże płyty metalowe, o polu powierzchni 1 m^2 znajdują się naprzeciw siebie, w odległości 5 cm i mają jednakowe co do wartości bezwzględnej, ale przeciwne ładunki na swych wewnętrznych powierzchniach. Jeżeli wartość E natężenia pola elektrycznego między płytami wynosi 55 N/C , to jaka jest wartość ładunku na każdej płycie? Zaniedbaj efekty krawędziowe.
20. Płaska warstwa o grubości d jest naładowana jednorodnie z objętościową gęstością ładunku ρ . Znajdź wartość natężenia pola elektrycznego we wszystkich punktach przestrzeni: a) wewnątrz, b) na zewnątrz warstwy, w funkcji odległości x od płaszczyzny symetrii warstwy.
21. Strumień elektryczny przenikający przez sferyczną powierzchnię Gaussa o promieniu 10 cm, wytworzony przez znajdujący się w jej środku ładunek punktowy wynosi $-750 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. a) Jeśli podwoimy promień powierzchni Gaussa, to jak duży będzie strumień elektryczny przez tę powierzchnię? Jaka jest wartość ładunku punkowego?
22. Sfera przewodząca o promieniu 10 cm jest naładowana. Jeśli natężenie pola elektrycznego w odległości 15 cm od środka sfery ma wartość $3 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ i jest skierowane radialnie do środka, to jaki jest wypadkowy ładunek sfery?
23. Dwie naładowane współśrodkowe sfery mają promienie 10 cm i 15 cm. Ładunek na wewnętrznej sferze wynosi $4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, a na zewnętrznej sferze $2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Znajdź natężenie pola elektrycznego w odległości: a) $r = 12 \text{ cm}$, b) $r = 20 \text{ cm}$ od środka sfer.

24. Nieprzewodząca nieskończona płyta jest naładowana z jednej strony z gęstością powierzchniową $\sigma = 0,1 \mu\text{C}/\text{m}^2$. W jakiej odległości znajdują się powierzchnie ekwipotencjalne, których potencjały różnią się o 50 V?
25. Dwie duże, równoległe płyty są odległe od siebie o 12 cm i mają na powierzchniach wewnętrznych jednakowe ładunki o przeciwnych znakach. Na elektron umieszczony gdziekolwiek między tymi płytami działa siła elektrostatyczna $3,9 \cdot 10^{-15}$ N. a) Znajdź natężenie pola elektrycznego w miejscu, w którym znajduje się elektron, b) Jaka jest różnica potencjałów między płytami? (Zaniedbaj efekty brzegowe).
26. Natężenie pola elektrycznego wewnątrz nieprzewodzącej, jednorodnie naładowanej objętościowo kuli o promieniu R jest skierowane radialnie i ma wartość:
- $$E(r) = qr/4\pi\epsilon_0R^3$$
- gdzie q jest całkowitym (dodatnim lub ujemnym) ładunkiem kuli, a r jest odległością od środka kuli. a) Przyjmując $V = 0$ w środku kuli, znajdź potencjał elektryczny $V(r)$ wewnątrz kuli, b) Jaka jest różnica potencjałów elektrycznych między punktem na powierzchni kuli i środkiem kuli? c) Jeśli ładunek q jest dodatni, to któremu z tych punktów odpowiada większy potencjał?
27. W poziomym przewodzie, będącym częścią energetycznej linii przesyłowej, płynie z południa na północ prąd o natężeniu 5000 A. Ziemskie pole magnetyczne ($60 \mu\text{T}$) jest skierowane na północ i nachylone w dół pod kątem 70° do poziomu. Wyznacz wartość i kierunek siły magnetycznej, działającej na 100 m przewodu w ziemskim polu magnetycznym.
28. Przewód o długości 50 cm, ułożony wzdłuż osi x znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $\mathbf{B} = (0,003 \text{ T})\mathbf{j} + (0,01 \text{ T})\mathbf{k}$. W przewodzie płynie prąd o natężeniu 0,5 A w dodatnim kierunku osi x. Wyznacz siłę magnetyczną działającą na przewód.
29. Pojedyncza ramka, przez którą płynie prąd o natężeniu 4 A, ma kształt trójkąta prostokątnego o bokach 50, 120 i 130 cm. Ramka znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 75 mT, a kierunek wektora indukcji jest równoległy do kierunku prądu w boku ramki o długości 130 cm. a) Oblicz wartość siły magnetycznej, działającej na każdy z trzech boków trójkąta. b) Wykaż, że całkowita siła magnetyczna, działająca na ramkę jest równa zeru.
30. Przez odcinek przewodu o długości L płynie prąd o natężeniu I. Wykaż, że jeżeli przewód jest zwinięty w kształcie okrągłej cewki, to moment siły w danym polu magnetycznym osiąga maksimum, gdy cewka ma tylko jeden zwój, a maksymalna wartość momentu siły wynosi $M = L^2IB/4\pi$.
31. Udowodnij, że wzór $M = NISB \sin\theta$ obowiązuje dla zamkniętych ramek o dowolnych kształtach. (Wskazówka: Zastąp ramkę o dowolnym kształcie układem przylegających do siebie długich, wąskich, ramek prostokątnych, które są w przybliżeniu równoważne ramce o dowolnym kształcie, jeżeli chodzi o rozkład prądu).
32. Okrągła cewka o 160 zwojach ma promień 1,9 cm. a) Oblicz natężenie prądu, który wytwarza dipolowy moment siły, działający na cewkę, w której płynie prąd o tym natężeniu, w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 35 mT.
33. W kołowej ramce o promieniu 15 cm płynie prąd o natężeniu 2,6 A. Ramka jest umieszczona w jednorodnym polu magnetycznym tak, aby normalna do jej płaszczyzny tworzyła kąt 41° z kierunkiem wektora indukcji o wartości 12 T. a) Oblicz dipolowy moment magnetyczny ramki. b) Jaki moment siły działa na ramkę?
34. Ramka, przez którą płynie prąd o natężeniu 5 A ma kształt trójkąta prostokątnego o bokach 30, 40 i 50 cm. Ramka znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 80 mT, której kierunek jest równoległy do kierunku prądu, przepływającego

- przez bok trójkąta o długości 50 cm. Wyznacz wartość: a) dipolowego momentu magnetycznego ramki, b) momentu siły działającego na ramkę.
35. W kołowej ramce o promieniu 8 cm płynie prąd o natężeniu 0,2 A. Wektor jednostkowy równoległy do momentu magnetycznego $\boldsymbol{\mu}$, jest równy $0,6 \mathbf{i} - 0,8 \mathbf{j}$. Jeżeli ramka znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $\mathbf{B} = (0,25 \text{ T})\mathbf{i} + (0,3 \text{ T})\mathbf{k}$ oblicz: a) moment siły, działający na ramkę (używając wektorów jednostkowych), b) magnetyczną energię potencjalną ramki.
36. Gęstość prądu wewnątrz długiego, pełnego, walcowego przewodu o promieniu a jest skierowana wzdłuż osi i zmienia się liniowo wraz z odległością r od osi, zgodnie z zależnością $J = J_0 r/a$. Wyznacz wartość indukcji magnetycznej pola wewnątrz przewodu.
37. W długim prostokątnym przewodzie o promieniu 3 mm płynie prąd stały, rozłożony równomiernie w przekroju prostopadłym do osi przewodu. Jeżeli gęstość prądu wynosi 100 A/m^2 , to jaka jest wartość indukcji magnetycznej pola w odległości: a) 2 mm od osi, b) 4 mm od osi?
38. W solenoidzie o długości 95 cm i promieniu 2 cm, składającym się z 1200 zwojów, płynie prąd o natężeniu 3,6 A. Oblicz wartość indukcji magnetycznej wewnątrz solenoidu.
39. W solenoidzie o długości 1,3 m i średnicy 2,6 cm płynie prąd o natężeniu 18 A. Wartość indukcji magnetycznej wewnątrz solenoidu jest równa 23 mT. Oblicz długość drutu, z którego nawinięty jest solenoid.
40. W długim solenoidzie o 10 zwojach/cm i promieniu 7 cm płynie prąd o natężeniu 20 mA, natomiast w prostym przewodzie, ułożonym wzdłuż osi solenoidu płynie prąd o natężeniu 6 A. W jakiej odległości od osi linie wypadkowego pola magnetycznego tworzą kąt 45° z kierunkiem osi? b) Jaka jest tam wartość indukcji magnetycznej pola?