

## Wydział Inżynierii Środowiska; kierunek Inż. Środowiska

### Lista 2. do kursu Fizyka. Rok. ak. 2012/13 sem. letni

Tabele wzorów matematycznych i fizycznych oraz obszerniejsze listy zadań do kursu są dostępne na stronie [kocham.fizyka.pl](http://kocham.fizyka.pl) oraz na stronach wykładowcy i prowadzących ćwiczenia rachunkowe. Student jest zobowiązany do wydrukowania ww. tabel i przynoszenia na zajęcia. Lista nr 2 ma za zadanie zdobycie przez studentów wiedzy matematyczno-fizycznej i nabycie umiejętności rozwiązywania prostych równań ruchu w oparciu o II zasadę dynamiki.

1. **Dynamika rzutu ukośnego.** Ciało o masie  $m$  wyrzucono przy powierzchni ziemi pod kątem ostrym  $\alpha$  do poziomu nadając mu prędkość początkową  $\mathbf{v}_0$ .

A) Wyznaczyć składowe wektora prędkości początkowej ciała.

B) Przyjmując, że:

- ciało wyrzucono z początku prostokątnego układu współrzędnych OXYZ,
- ciało porusza się w płaszczyźnie OXY, przy czym oś OX jest pozioma a OY pionowa,
- jedyną siłą działającą na ciało jest stała siła ciężkości (siła grawitacyjna)  $\mathbf{Q}^1$ ,

i korzystając z II zasady dynamiki ( $m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}_{\text{wypadkowa}}$ )<sup>2</sup> oraz wzoru  $\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{V}$ :

- wyznaczyć współrzędne wektorów: siły ciężkości  $\mathbf{Q} = [Q_x, Q_y]$  i przyspieszenia chwilowego ciała  $\mathbf{a} = (a_x, a_y)$  w przyjętym układzie współrzędnych,
- podać wektorową postać równania ruchu ciała (zastosować II zas. dynamiki) a następnie sformułować matematyczne skalarne postacie równań ruchu w kierunku osi OX i OY,
- całkując równanie ruchu z punktu b) i korzystając z podanych warunków początkowych wyznaczyć zależności od czasu składowych wektora prędkości chwilowej  $\mathbf{V}(t) = [V_x(t), V_y(t)] = V_x(t) \mathbf{i} + V_y(t) \mathbf{j}$ ,
- wyznaczyć zależność od czasu  $t$  długości  $|\mathbf{V}(t)| = V(t)$  wektora prędkości chwilowej,
- całkując równanie ruchu z punktu c) i korzystając z podanych warunków początkowych wyznaczyć zależności od czasu składowych wektora (promienia) wodzącego<sup>3</sup>  $\mathbf{R}(t) = [X(t), Y(t)] = X(t) \mathbf{i} + Y(t) \mathbf{j}$ ,
- wyprowadzić równanie toru (trajektorii) ruchu ciała, tj. zależność  $Y(X)$ ,

<sup>1</sup> Na oznaczenia wielkości fizycznych wektorowych będą używane zamiennie symbole:  $\vec{F}$ ,  $\vec{f}$  (duża/mała litera ze strzałką nad nią) lub  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{f}$  (duża/mała litera pisane czcionką pogrubioną (bold)). Długości wektorów będą oznaczane symbolami  $F$ ,  $f$ .

<sup>2</sup> Wyrażenie typu  $m \frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{B}$  jest równoważne układowi 3 równań skalarnych:  $m \frac{dA_x}{dt} = B_x$ ,  $m \frac{dA_y}{dt} = B_y$ ,  $m \frac{dA_z}{dt} = B_z$ .

<sup>3</sup> Wektor wodzący – dla danego punktu A to wektor zaczepiony w początku prostokątnego układu współrzędnych i o końcu w punkcie A. W fizyce wektor wodzący jest wektorem położenia ciała względem początku układu współrzędnych. Długość wektora wodzącego, czyli promienia wodzącego, jest odległością punktu od początku układu współrzędnych.

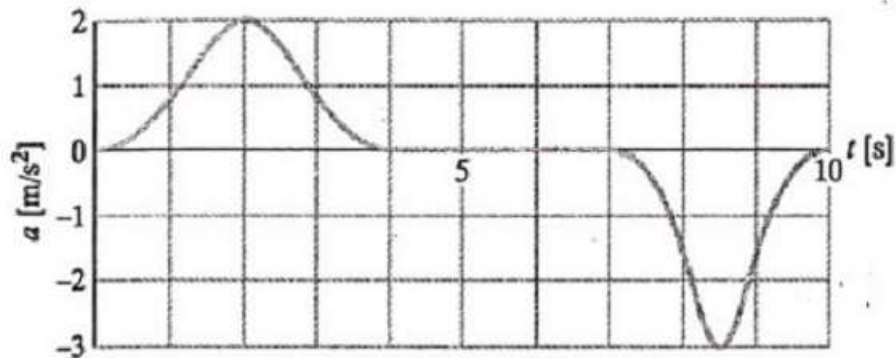
- g) wyznaczyć zasięg ruchu, czas  $t_w$  wznoszenia się na największą wysokość  $Y_{\max}$ , wartość  $Y_{\max}$ , czas  $t_s$  spadku z wysokości  $Y_{\max}$ , całkowity czas  $t_c$  ruchu; czy prawdą jest, że  $t_w = t_s$ ?
- h) pokazać, że w trakcie ruchu wartość sumy  $V^2(t) + 2gY(t)$  jest stała, tj. nie zależy od czasu  $t$ ; czego jest wyraz? Korzystając z tego wyniku obliczyć wartość prędkości z jaką ciało uderzy o powierzchnię,
- i) obliczyć pochodne względem czasu wyznaczonych zależności  $V_x(t)$ ,  $V_y(t)$ ,  $X(t)$  i  $Y(t)$ ,
- j) obliczyć wybrane wartości wyznaczonych wcześniej wielkości kinematycznych dla  $m = 0,2$  kg,  $\mathbf{v}_0 = (3, 4) = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ ; wartości prędkości podano w jednostkach SI.
2. **SAMODZIELNIE. Dynamika rzutu poziomego.** Ciało o masie  $m$  rzucono poziomo z wysokości  $y_0$  przy powierzchni ziemi nadając mu prędkość początkową  $\mathbf{v}_0 = (v_{x0} \neq 0, v_{y0} = 0) = v_{x0}\mathbf{i}$ . Wykonać samodzielnie polecenia pkt. A) i B) z zadania poprzedniego wzorując się na rozwiązaniu poprzedniego zadania. Obliczyć wybrane wartości wyznaczonych wcześniej wielkości kinematycznych dla  $m = 0,3$  kg,  $\mathbf{v}_0 = (5, 0) = 5\mathbf{i}$ ; wartości prędkości w SI. Jak zmieniają się wyniki zadania, jeśli opisane ciało wyrzucimy z prędkością  $\mathbf{v}_0 = (v_{x0} \neq 0, v_{y0} \neq 0) = v_{x0}\mathbf{i} + v_{y0}\mathbf{j}$  dla  $v_{y0} > 0$  lub  $v_{y0} < 0$ ?
3. **SAMODZIELNIE. Dynamika ruchu ciała po równi pochyłej.** Ciało o masie  $m$  spoczywające ( $\mathbf{v}_0 = 0$ ) początkowo na równi o wysokości  $H$  zaczyna zsuwać się wzdłuż równi. Współczynnik tarcia wynosi  $\mu$ . W prostokątnym układzie współrzędnych, którego jedna z osi OX, jest równoległa do równi, a oś OY jest do niej prostopadła:
- wyznaczyć współrzędne wektorów sił przyłożonych do ciała: ciężkości  $\mathbf{Q} = [Q_x, Q_y]$ , tarcia  $\mathbf{T} = [T_x, T_y]$  i siły reakcji równi  $\mathbf{R} = [R_x, R_y]$  oraz wektora przyspieszenia chwilowego ciała  $\mathbf{a} = (a_x, a_y)$  w przyjętym układzie współrzędnych,
  - podać wektorową postać równania ruchu ciała (zastosować II zas. dynamiki) a następnie sformułować matematyczne postacie skalarnych równań ruchu w kierunku osi OX i OY,
  - całkując równanie ruchu z punktu b) i korzystając z podanych warunków początkowych wyznaczyć zależności od czasu składowych wektora prędkości chwilowej  $\mathbf{V}(t) = [V_x(t), V_y(t)]$ ,
  - wyznaczyć zależność od czasu  $t$  długości  $|\mathbf{V}(t)| = V(t)$  wektora prędkości chwilowej,
  - całkując równanie ruchu z punktu c) i korzystając z podanych warunków początkowych wyznaczyć zależności od czasu składowych wektora (promienia) wodzącego  $\mathbf{R}(t) = [X(t), Y(t)]$ ,
  - wyznaczyć czas ruchu ciała po równi oraz wartość prędkości końcowej ciała,
  - jak zmieniają się wyniki zadania, jeśli ciało ruszy z prędkością  $\mathbf{v}_0 \neq 0$  w dół lub w górę równi?

4. Zadanie nr 5 z książki HRW – rozdział 5 (do samodzielnego rozwiązania przez studentów)

5. Cząstka, na którą działają trzy siły porusza się ze stałą prędkością:  $\vec{v} = (2 \text{ m/s})\hat{i} - (7 \text{ m/s})\hat{j}$ . Dwie z tych sił są równe:  $\vec{F}_1 = (2 \text{ N})\hat{i} + (3 \text{ N})\hat{j} + (-2 \text{ N})\hat{k}$  oraz  $\vec{F}_2 = (-5 \text{ N})\hat{i} + (8 \text{ N})\hat{j} + (-2 \text{ N})\hat{k}$ . Wyznacz trzecią siłę.

5. Zadanie nr 16 z książki HRW – rozdział 5

16. Winda, w której znajduje się pasażer o masie 50 kg, rusza z parteru, na którym stała nieruchomo w chwili  $t = 0$  i wznosi się na najwyższe piętro w ciągu 10 s. Na rysunku 5.34 przedstawiono zależność przyspieszenia windy od czasu, przy czym wartość dodatnia przyspieszenia oznacza, że jest ono skierowane do góry. Wyznacz wartość i kierunek następujących sił: a) maksymalnej siły działającej na pasażera ze strony podłogi windy, b) minimalnej siły działającej na pasażera ze strony podłogi, c) maksymalnej siły działającej na podłogę windy ze strony pasażera.



Rys. 5.34. Zadanie 16

6. Zadanie nr 19 z książki HRW – rozdział 5 (do samodzielnego rozwiązania przez studentów)

19. Doświadczalne sanie raketowe mogą być jednostajnie przyspieszone do prędkości 1600 km/h w ciągu 1,8 s. Jaka siła wypadkowa jest do tego potrzebna, jeśli masa sanii wynosi 500 kg?

7. Zadanie nr 21 z książki HRW – rozdział 5 (do samodzielnego rozwiązania przez studentów)

21. Elektron poruszający się poziomo z prędkością  $1,2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$  wchodzi w obszar, w którym działa na niego stała siła pionowa o wartości  $4,5 \cdot 10^{-16} \text{ N}$ . Masa elektronu wynosi  $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . O ile zmieni się w pionie położenie elektronu w czasie, gdy przebędzie on w poziomie drogę 30 mm?

8. Zadanie nr 26 z książki HRW – rozdział 5 (do samodzielnego rozwiązania przez studentów)

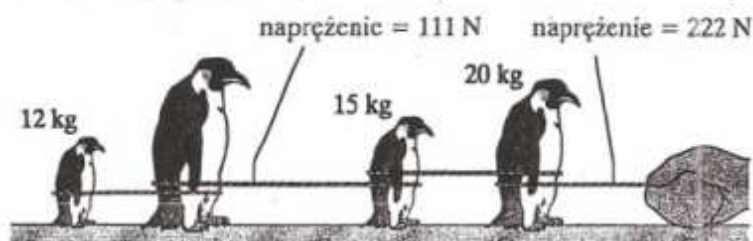
26. Ciągniesz niską lodówkę po nasmarowanej tłuszczem podłodze (bez tarcia), działając na nią stałą siłą  $\vec{F}$  skierowaną poziomo (przypadek 1) albo skierowaną ku górze pod kątem  $\theta$  do poziomu (przypadek 2). a) Wyznacz stosunek wartości prędkości w przypadkach 2 i 1 po czasie  $t$  od początku działania siły. b) Ile wynosi ten stosunek po przebyciu przez lodówkę drogi  $d$ ?

9. Zadanie nr 33 z książki HRW – rozdział 5

33. Kabina windy i jej zawartość mają łącznie masę 1600 kg. Wyznacz naprężenie liny dźwigu, gdy kabina poruszająca się pierwotnie w dół z prędkością 12 m/s zostaje zatrzymana na drodze 42 m, przy czym jej przyspieszenie jest stałe.

10. Zadanie nr 34 z książki HRW – rozdział 5 (do samodzielnego rozwiązania przez studentów)

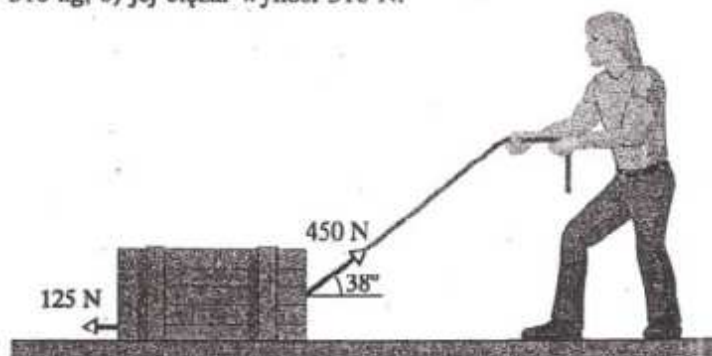
34. Na rysunku 5.36 przedstawiono cztery pingwiny, które w ramach zabawy ciągnięte są bez tarcia po lodzie przez ich opiekuna. Na rysunku podano masy trzech pingwinów oraz naprężenia dwóch odcinków liny. Wyznacz masę czwartego pingwina (tego, którego masy nie podano).



Rys. 5.36. Zadanie 34

11. Zadanie nr 38 z książki HRW – rozdział 5

38. Robotnik przesuwą skrzynię po podłodze hali fabrycznej, ciągnąc linę przywiązaną do skrzyni (rys. 5.38). Przykłada on do liny nachylonej pod kątem  $38^\circ$  do poziomu siłę o wartości 450 N, a ze strony podłogi działa na skrzynię siła pozioma o wartości 125 N, skierowana przeciwnie do kierunku ruchu skrzyni. Oblicz wartość przyspieszenia skrzyni, jeśli: a) jej masa jest równa 310 kg, b) jej ciężar wynosi 310 N.



Rys. 5.38. Zadanie 38

12. Zadanie nr 42 z książki HRW – rozdział 5 (do samodzielnego rozwiązania przez studentów)

42. Odrzutowiec sił morskich (rys. 5.40) o ciężarze 231 kN musi osiągnąć prędkość 85 m/s, aby mógł wznieść się w powietrze. Silnik samolotu umożliwia uzyskanie siły do 107 kN, lecz nie wystarcza to do osiągnięcia przez samolot prędkości, potrzebnej do startu na pasie o długości 90 m, jaki jest na lotniskowcu. Jaką minimalną siłą (z założenia stałą) musi działać na odrzutowiec wyrzutnia, stosowana w celu ułatwienia samolotom startu? Załóż, że zarówno wyrzutnia, jak i silnik samolotu działają na samolot stałą siłą przez cały czas jego rozpędzania się na 90-metrowym pasie startowym.

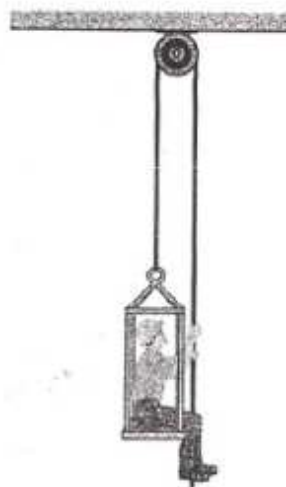


Rys. 5.40. Zadanie 42

13. Zadanie nr 50b z książki HRW – rozdział 5 (będzie omówione na wykładzie)

50. Na rysunku 5.46 przedstawiono człowieka siedzącego na ławeczce bosmańskiej zawieszony na linie, która jest przełożona przez krążek, a drugi jej koniec człowiek ten trzyma rękami. Lina i krążek mają znikomo małe masy, a krążek obraca się bez tarcia. Człowiek i ławeczka mają łączną masę 95 kg. Wyznacz wartość siły, jaką człowiek musi ciągnąć linę, aby wznosił się on: a) ze stałą prędkością, b) ze skierowanym do góry przyspieszeniem o wartości  $1,3 \text{ m/s}^2$  (wskazówka: skorzystaj z diagramu sił).

Załącz następnie, że drugi koniec liny opada aż do ziemi, gdzie ciągnie go inna osoba. Wyznacz wartość siły, jaką musi ciągnąć linę ta druga osoba, aby człowiek na ławeczce wznosił się: c) ze stałą prędkością, d) ze skierowanym do góry przyspieszeniem o wartości  $1,3 \text{ m/s}^2$ . Jaka jest wartość siły wywieranej na sufit ze strony krążka: e) w przypadku (a), f) w przypadku (b), g) w przypadku (c), h) w przypadku (d)?



Rys. 5.46. Zadanie 50

14. Zadanie nr 4 z książki HRW – rozdział 6 (do samodzielnego rozwiązania przez studentów)

4. *Tajemnicze wędrownie kamienie.* W Dolinie Śmierci w Kalifornii, na nieuczęszczanej równinie o nazwie Racetrack Playa (co można przetłumaczyć jako Plac Wyścigowy), obserwuje się czasami wyraźne wyżłobienia w pustynnym gruncie, jak gdyby po poruszających się po nim kamieniach. Przez lata ludzie zastanawiali się nad przyczynami tych tajemniczych wędrowek kamieni. Jedną z hipotez na ten temat mówi, że kamienie popychane są po powierzchni pustyni przez silne wiatry w czasie burz, gdy ziemia jest zmiękczonej przez wodę deszczową. Gdy pustynia wysycha po burzy, ślady ruchu kamieni zamieniają się w twarde wyżłobienia. Jak wynika z pomiarów, współczynnik tarcia kinetycznego między kamieniem a mokrą powierzchnią pustyni wynosi około 0,8. Jaka siła pozioma potrzebna jest do utrzymania w ruchu kamienia o masie 20 kg po tym, jak gwałtowny podmuch wiatru ruszy go z miejsca (dalszy ciąg opowieści w zadaniu 32)?

15. Zadanie nr 7 z książki HRW – rozdział 6 (do samodzielnego rozwiązania przez studentów)

7. Wprawiony w ruch ślizgowy po lodzie krążek hokejowy o masie 110 g zatrzymał się pod wpływem siły tarcia, działającej na niego ze strony lodu, po przebyciu 15 m. a) Jaka była wartość siły tarcia, jeśli prędkość początkowa krążka wynosiła 6 m/s? b) Ile wynosi współczynnik tarcia między krążkiem a lodem?

16. Zadanie nr 8 z książki HRW – rozdział 6

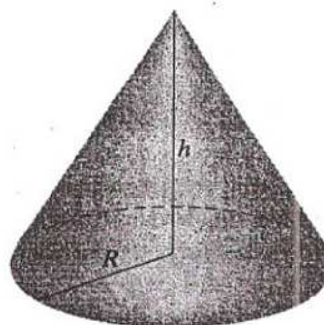
8. Na rysunku 6.19 przedstawiono alpinistkę o masie 49 kg, pokonującą „komin” między dwiema płytami skalnymi. Współczynnik tarcia statycznego między podeszwami butów alpinistki a skałą wynosi 1,2, a między jej plecami a skałą 0,8. Alpinistka zmniejszyła nacisk na skałę, tak że znalazła się na skraju ześlizgnięcia. a) Narysuj diagram sił, działających na alpinistkę. b) Jaka siła alpinistka działa na skałę? c) Jaka część ciężaru alpinistki jest równoważona przez siłę tarcia, działającą na jej buty?



Rys. 6.19. Zadanie 8

17. Zadanie nr 11 z książki HRW – rozdział 6

11. Robotnik chce usypać na podwórku stożkową górę z piasku. Promień koła, które ma stanowić podstawę stożka, wynosi  $R$  i piasek nie może rozsypać się poza ten obszar (rys. 6.22). Współczynnik tarcia statycznego między warstwami piasku, które mogłyby się po sobie ześlizgnąć wzdłuż powierzchni bocznej stożka jest równy  $\mu_s$ . Wykaż, że największa objętość piasku, który można w ten sposób zgromadzić, wynosi  $\pi\mu_s R^3/3$  (objętość stożka jest równa  $Sh/3$ , gdzie  $S$  jest polem podstawy, a  $h$  wysokością stożka).



Rys. 6.22. Zadanie 11

18. Zadanie nr 21 z książki HRW – rozdział 6

21. Ciało  $A$  z rysunku 6.30 ma ciężar  $102\text{ N}$ , a ciało  $B$  — ciężar  $32\text{ N}$ . Współczynniki tarcia między ciałem  $A$  a równią wynoszą  $\mu_s = 0,56$  i  $\mu_k = 0,25$ . Kąt  $\theta$  jest równy  $40^\circ$ . Wyznacz przyspieszenie ciała  $A$ , jeśli: a) ciało  $A$  jest początkowo w spoczynku, b) ciało  $A$  porusza się początkowo w górę po równi, c) ciało  $A$  porusza się początkowo w dół po równi.

krążek o znikomо małej masie, obracający się bez tarcia



Rys. 6.30. Zadania 21

19. Zadanie nr 36 z książki HRW – rozdział 6 (do samodzielnego rozwiązania przez studentów)

36. Na olimpijskich zawodach bobslejowych zespół z Jamajki pokonał łuk o promieniu  $7,6\text{ m}$  z prędkością o wartości  $96,6\text{ km/h}$ . Ile wynosiło przyspieszenie bobsleja w jednostkach  $g$ ?

20. Zadanie nr 37 z książki HRW – rozdział 6 (do samodzielnego rozwiązania przez studentów)

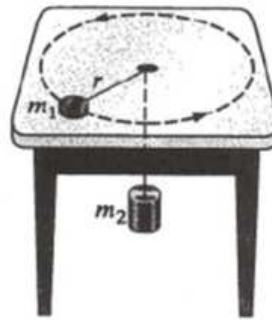
37. Załóż, że współczynnik tarcia statycznego między torem a oponami samochodu Formuły 1 w czasie wyścigu Grand Prix wynosi  $0,6$ . Przy jakiej wartości prędkości samochód znajdzie się na granicy poślizgu, pokonując płaski zakręt o promieniu krzywizny  $30,5\text{ m}$ ?

21. Zadanie nr 39 z książki HRW – rozdział 6

39. Ile wynosi najmniejszy promień krzywizny zakrętu na płaskim torze, który może pokonać rowerzystka z prędkością o wartości  $29\text{ km/h}$ , jeśli współczynnik tarcia statycznego między oponami roweru a torem wynosi  $0,32$ ?

22. Zadanie nr 41 z książki HRW – rozdział 6

41. Krążek o masie  $m_1$ , połączony z obciążnikiem o masie  $m_2$  nieważką linką, przechodzącą przez otwór w blacie stołu, ślizga się po stole bez tarcia, jak pokazano na rysunku 6.36. Przy jakiej wartości prędkości krążka obciążnik pozostaje w spoczynku?



---

Podsumowanie, pytania i zadania z rozdziału 5 z książki HRW (Siła i ruch I) można znaleźć pod adresem:

<http://www.if.pwr.wroc.pl/dokumenty/jkf/lista5.pdf>

Wrocław, 14 lutego 2013

W. Salejda