

Zadania na ćwiczenia rachunkowe do jednolitych kursów fizyki
semestr zimowy, rok akademicki 2010/2011

Lista nr 7
Grawitacja

- 1 Trzy jednorodne sfery umieszczono jak na rysunku obok. Jaki jest kierunek i wartość siły działającej na cząstkę o masie $m = 0,1$ kg umieszczoną w punkcie P ? (Rysunek 1)
- 2 Jednorodną sferę o masie $m_1 = 60$ kg umieszczono w początku układu współrzędnych, a drugą jednorodną sferę, o masie $m_2 = 80$ kg, umieszczono w punkcie o współrzędnych $x = 0$, $y = 3$ m. Znajdź wypadkową siłę, z jaką te dwa ciała oddziałują na trzecią jednorodną sferę, o masie $m_3 = 0,5$ kg, umieszczoną w punkcie $x = 4$ m, $y = 0$. Gdzie można umieścić tę trzecią sferę (nie licząc punktów nieskończenie odległych), tak by działająca na nią siła pochodząca od dwóch pozostałych sfer była równa zeru?
- 3 Trzy równe masy m znajdują się w trzech rogach kwadratu o długości boku l . Znajdź wektor natężenia pola grawitacyjnego $\mathbf{G}(\mathbf{r})$ i potencjał tego pola w czwartym rogu kwadratu.
- 4 Jak daleko trzeba się przemieścić wzdłuż koła wielkiej kuli ziemskiej, by kierunek siły grawitacji zmienił się o 1° ? Jak wysoko trzeba się wznieść z powierzchni Ziemi, by wartość siły grawitacji zmniejszyła się o 1%?
- 5 Znajdź wysokość nad środkiem Ziemi, na której zawieszono są satelity geostacjonarne. Wyjaśnij, posługując się rysunkiem, dlaczego sygnały radiowe z tych satelitów nie dochodzą bezpośrednio do odbiorników położonych na szerokościach geograficznych powyżej $81,3^\circ$. Masa Ziemi $M = 5,9742 \cdot 10^{24}$ kg, promień Ziemi $R = 6371$ km, stała grawitacji $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ m³/(kg·s²).
- 6 *Pierwsza prędkość kosmiczna* to prędkość, z jaką należy rzucić poziomo mały obiekt przy powierzchni danego ciała niebieskiego, aby nie spadło ono na jego powierzchnię, lecz weszło na orbitę o promieniu równym promieniowi tego ciała (zakładamy, że ciało to jest idealną kulą).
 - Znajdź I prędkość kosmiczną dla Ziemi.
 - Rozważmy dwa kuliste ciała niebieskie o jednakowej gęstości, z których jedno ma promień dwa razy mniejszy od drugiego. Jaka jest relacja pomiędzy wartościami I prędkości kosmicznej dla tych ciał?
 - Jaki musi być rozmiar kulistego obiektu o gęstości równej gęstości Ziemi, by można było na nim osiągnąć I prędkość kosmiczną idąc pieszo?

Uwaga: Gęstość ciała to stosunek jego masy do objętości, $\rho = M/V$ (dla ciał jednorodnych).

- 7 Przez kulę ziemską wzdłuż jej średnicy poprowadzono tunel. Nie został on należycie zabezpieczony i wpadł do niego kozioł. Napisać równanie ruchu kozła w tunelu, policzyć okres drgań i znaleźć jego prędkość w geometrycznym środku Ziemi.
- 8 Policzyć prędkość satelity Ziemi poruszającego się po orbicie o promieniu minimalnie większym od promienia Ziemi, czyli tuż nad jej powierzchnią (I prędkość kosmiczna). Porównać ją z prędkością kozła w centrum Ziemi. Wyjaśnić jaki jest związek między ruchem kozła i ruchem satelity.
- 9 Rozwiązać zadanie 7. z tunelem będącym cięciwą Ziemi poprowadzoną w odległości h od centrum Ziemi.

10 Do tunelu z zadania 7 wrzucono ciało z prędkością początkową v_0 . Znaleźć czas lotu ciała do środka Ziemi.

11 W czterech rogach kwadratu o długości boku l znajdują się masy m_1, m_2, m_3 i m_4 . Znajdź grawitacyjną energię potencjalną tego układu.

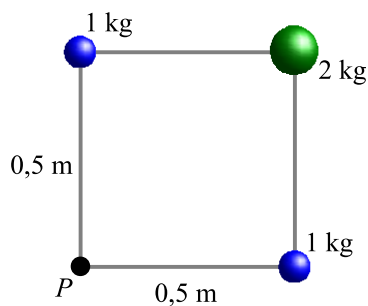
12 Pomiędzy orbitami Marsa i Jowisza krążą w płaszczyźnie ekliptyki setki tysięcy planetoid, należące do tzw. pasa głównego planetoid. Promienie ich orbit rozciągają się w przedziale od ok. $3 \cdot 10^8$ km do ok. $5 \cdot 10^8$ km. Rozkład liczby planetoid w zależności od odległości od Słońca (promienia orbity) przedstawiony jest na rysunku obok.

a) Zakładając, że orbity są kołowe, znajdź okresy obiegu dla planetoid na wewnętrznej krawędzi pasa i na zewnętrznej krawędzi pasa.

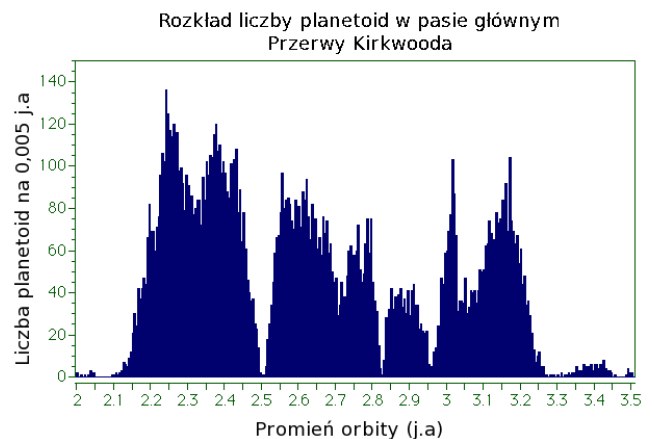
b) Daniel Kirkwood (astronom amerykański) zauważył, że w pasie planetoid istnieją przerwy, tzn. dla pewnych promieni liczba planetoid jest bardzo mała. Powodem tego jest tzw. rezonans orbit występujący pomiędzy planetoidami a Jowiszem. Na przykład, jeśli stosunek okresów obiegu orbit Jowisza i pewnej planetoidy wynosi 2:1, to planetoida ta będzie przebiegać w pobliżu Jowisza zawsze w tych samych dwóch punktach swojej trajektorii, co spowoduje rezonansowe wzmocnienie oddziaływania grawitacyjnego pomiędzy nią a tą planetą. W efekcie planetoida zostanie wymieciona ze swojej orbity. Opierając się na tym wyjaśnieniu, znajdź promień pierwszej przerwy Kirkwooda, odpowiadającej właśnie rezonansowemu stosunkowi okresów 2:1. Wynik porównaj z histogramem powyżej.

c) Jedna z przerw występuje dla promienia orbity, dla którego okres obiegu wynosi 0,4 okresu Jowisza. Wyjaśnij, dlaczego tak jest, i znajdź promień tej rezonansowej orbity.

Uwaga: j.a. to *jednostka astronomiczna*. 1 j.a. \approx 150 mln km (z grubsza promień orbity ziemskiej).



Rysunek 1:



Rysunek 2:

28 listopada 2010

Zadania zebrał
Grzegorz Harań