Lista nr 5
Zasada zachowania pędu

1 Zderzenia centralne

1.1 Na jaką wysokość liczoną od położenia równowagi wzniesie się wahadło o masie $M = 10$ kg, gdy utkwi w nim pocisk o masie $m = 0{,}1$ kg lecący z prędkością $v = 200$ m/s (Rysunek 1)?

1.2 Kula o masie M wisi na nici o długości l. Pocisk o masie m trafił w kulę i utkwił w niej. Jaką prędkość musiał mieć pocisk, jeśli wahadło (kula na nici) podniosło się do poziomu?

1.3 Dwa klocki o masach 0,5 kg i 0,2 kg poruszają się naprzeciw siebie z jednakowymi i przeciwnie skierowanymi prędkościami 2 m/s. Znajdź prędkość klocków po zderzeniu w dwóch przypadkach: *a*) zderzenie jest doskonale sprężyste (tzn. zachowana jest energia kinetyczna); *b*) zderzenie jest całkowicie niesprężyste (tzn. klocki zlepiają się w momencie zderzenia).

1.4 Trzy kule o jednakowych średnicach znajdują się w prostoliniowej, poziomej rynnie, w której mogą poruszać się bez tarcia. Kule 2 i 3 spoczywają, a kula 1 porusza się w kierunku kuli 2. Masy kul 1 i 2 są równe odpowiednio m_1 i m_2. Jaką masę powinna mieć kula 2, aby w wyniku zderzeń kula 3 uzyskała największą możliwą prędkość? Zderzenia kul są doskonale sprężyste.

1.5 (**wahadło balistyczne**) Lecąca poziomo kula karabinowa o masie $m = 5$ g utkwiła w drewnianym klocku o masie $M = 2$ kg zawieszonym na dwóch jednakowych niciach o długości $l = 1{,}5$ m (Rysunek 2). W rezultacie nici odchyliły się o kąt $\vartheta = 0{,}2$. Znaleźć prędkość kuli przed utkwieniem w klocku drewna oraz część jej energii kinetycznej utraconą na ciepło.

1.6 Dwie plastelinowe kulki o masach m_1 i m_2 wiszą obok siebie na dwóch równoległych niciach. Pierwsza kulka została odchylona tak, że jej środek wzniósł się na wysokość h i została puszczona. Kulki zlepiają się przy zderzeniu. Na jaką wysokość wzniesie się środek powstałej bryły plasteliny?

1.7 Na sprężynie o długości d zawieszamy nieruchomą masę m. Pod wpływem tej masy sprężyna rozciąga się do długości $d + b$. Następnie druga taka masa m spada z wysokości H na pierwszą masę, zderzając się z nią doskonale niesprężyście. Znajdź okres i amplitudę drgań oraz maksymalną wysokość, jaką osiągną masy (liczoną od początkowego położenia równowagi).

1.8 Dwa wózki o masach m_1 i m_2 są połączone sprężyną o współczynniku sprężystości k, która jest ściśnięta o długość x w porównaniu ze swoją długością równowagową (Rysunek 3). Sprężyna nagle rozpręża się i wypada a oswobodzone wózki zaczynają się poruszać (bez sprężyny). Znaleźć prędkości wózków.

1.9 Dwie cząstki o masach równych odpowiednio $\frac{3}{4}m$ i m, połączone lekką sprężyną o długości l i stałej sprężystości k, spoczywają na gładkim poziomym stole. Wzdłuż linii łączącej te cząstki porusza się z prędkością v trzecia cząstka o masie $\frac{1}{4}m$. Zderza się ona z cząstką o masie $\frac{3}{4}m$ i przywiera do niej. Znajdź amplitudę i okres drgań sprężyny łączącej te masy.

1.10 Cząstka 1, mająca prędkość $v = 10$ m/s, zderza się czołowo ze spoczywającą cząstką 2 o takiej samej masie. W wyniku zderzenia energia kinetyczna układu zmniejsza się o $\eta = 1\%$. Znaleźć wartość i kierunek prędkości cząstki 1 po zderzeniu.

1.11 Stalowa kulka o masie $m = 50$ g spada z wysokości $h = 1$ m na poziomą powierzchnię masywnej płyty. Znaleźć sumaryczny pęd przekazany płycie w wyniku serii kolejnych odbić, jeśli przy każdym odbiciu kulka traci $\eta = 20\%$ swojej energii.

2 Zderzenia na płaszczyźnie

2.1 Pocisk rozrywa się w najwyższym punkcie toru na wysokości $h = 19{,}6$ m na dwie jednakowe części. W sekundę po wybuchu jedna z tych części spada na Ziemię pod tym miejscem, w którym nastąpił wybuch. W jakiej odległości s_2 od miejsca wystrzału upadnie druga część pocisku, jeżeli pierwsza spadła w odległości $s_1 = 1000$ m od miejsca wystrzału?

2.2 Cząstka o masie m_1 i prędkości v_1 zderza się doskonale sprężyście z inną cząstką o masie $m_2 = 3m_1$ znajdującą się w spoczynku ($v_2 = 0$). Po zderzeniu cząstka o masie m_2 porusza się pod kątem $\theta_2 = 45°$ względem pierwotnego kierunku cząstki o masie m_1. Znajdź kąt odchylenia θ_1 masy m_1 oraz końcowe prędkości cząstek u_1 i u_2.

2.3 W grze w bilard gracz próbuje umieścić kulę w narożnej kieszeni. Kąt pod jakim musi być odbita kula wynosi 35°. Pod jakim kątem odbije się kula, która ją trafia? Przyjąć doskonałą sprężystość zderzenia i jednakowe masy kul (Rysunek **??**).

2.4 Dwie cząstki o takich samych masach m poruszające się z prędkościami $v_1 = (v, 0)$ i $v2 = (0, v)$ zderzają się doskonale sprężyście tak, że jedna z nich uzyskuje maksymalną możliwą prędkość. Następnie ta cząstka zderza się doskonale niesprężyście z cząstką o takiej samej masie poruszającą się z prędkością $u = (0, -v)$. Znajdź prędkości wszystkich cząstek.

2.5 Cząstka o masie $m_1 = 1$ g, poruszająca się z prędkością $\mathbf{v}_1 = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}$ m/s, zderza się całkowicie niesprężyście z drugą cząstką, której masa wynosi $m_2 = 2$ g, a prędkość $\mathbf{v}_2 = 4\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}$ m/s. Znaleźć wektor prędkości cząstki powstałej w wyniku zderzenia. Zagadnienie rozwiązać w układzie laboratorium i w układzie środka masy.

2.6 Rozważyć doskonale sprężyste zderzenie dwóch krążków hokejowych poruszających się praktycznie bez tarcia po powierzchni lodu. Krążki są różne i mają masy 0,5 kg i 0,3 kg. Cięższy krążek ma początkowo prędkość 4 m/s, a mniejszy spoczywa. Po zderzeniu cięższy krążek porusza się z prędkością 2 m/s. Znaleźć prędkość drugiego krążka oraz kierunki ruchu obu krążków po zderzeniu (wyrazić je poprzez kąty, jakie tworzą one z pierwotnym kierunkiem ruchu cięższego krążka).

3 Ruch środka masy

3.1 Znaleźć położenie środka masy cząsteczki H_2. Długość wiązania O-H wynosi $9{,}57 \cdot 10^{-11}$ m, a kąt pomiędzy wiązaniami równy jest 105°. Masy atomów wodoru i tlenu wynoszą, odpowiednio, ok. 1 i 16 jednostek atomowych.

3.2 Władek i Zenek stoją w odległości 20 m od siebie na bardzo śliskiej zamarzniętej powierzchni stawu i trzymają naprężoną linę. Władek ma masę 90 kg, a Zenek 60 kg. W połowie odległości pomiędzy nimi stoi na lodzie kufel ich ulubionego napoju. Obaj ciągną linę, aby przemieścić się w kierunku napoju. Któremu z nich się to uda? Gdzie będzie wtedy ten drugi?

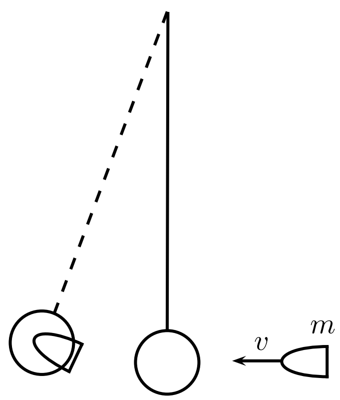
3.3 Na spokojnych wodach jeziora stoi na nieruchomej desce surfingowej blondynka o masie m. W pewnej chwili zaczyna ona iść wzdłuż deski z prędkością v względem nieruchomych obserwatorów. Jaka jest masa deski, jeśli w tym momencie porusza się ona z prędkością $-3v$ (względem tychże obserwatorów)? Przedyskutować zagadnienie w układzie nieruchomych obserwatorów i w układzie środka masy.

3.4 Znaleźć odległość na jaką przesunie się łódź o długości l i masie M znajdująca się w spoczynku na powierzchni wody, jeżeli z jej rufy przejdzie na dziób człowiek o masie m.

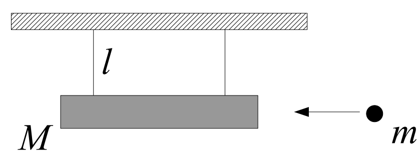
4 Ruch ciał o zmiennej masie

4.1 Rakieta o masie początkowej M_0 poruszając się w przestrzeni kosmicznej wyrzuca spalone paliwo ze stałą szybkością $dm_s/dt = r$ nadając mu prędkość (względem rakiety) równą u. Napisz równanie wiążące prędkość rakiety z jej zmienną masą i znajdź jego rozwiązanie. Oblicz początkowe przyspieszenie rakiety. Przyjąć, że siły zewnętrzne działające na rakietę są równe zeru.

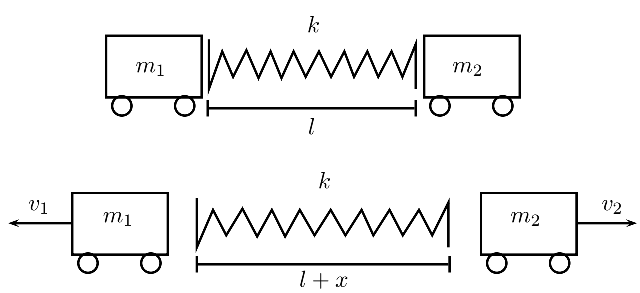
4.2 Silnik rakiety wyrzuca gazy o prędkości $v = 2 \cdot 10^3$ m/s (względem rakiety). Masa startowa rakiety, tzn. masa łącznie z paliwem, wynosi $m_0 = 3 \cdot 10^6$ kg. Jaka masa gazów powinna wypływać z dysz silnika w jednostce czasu, aby rakieta mogła oderwać się od powierzchni Ziemi?



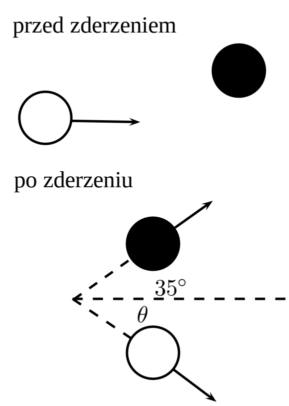
Rysunek 1:



Rysunek 2:



Rysunek 3:



Rysunek 4:

22 października 2010

Zadania zebrał
Grzegorz Harań