Zadania na ćwiczenia rachunkowe do jednolitych kursów fizyki
semestr zimowy, rok akademicki 2010/2011

Lista nr 2
Rachunek wektorowy i dynamika punktu materialnego
Rachunek wektorowy

1 Kartezjański układ współrzędnych

1.1 Pewna osoba przespacerowała się po półokręgu o promieniu $R = 20$ m. Wyznaczyć wektor przesunięcia tej osoby oraz jej długość. Określić długość przebytej drogi. Obliczyć wektor przesunięcia w przypadku, gdy spacerowicz obejdzie cały okrąg.

1.2 Chłopiec przebiegł 30 m na północ, 40 m w kierunku północno-wschodnim oraz 50 m na zachód. Wyznaczyć długość i kierunek wektora przesunięcia w tym ruchu.

1.3 Trzy wektory są zorientowane jak na rysunku 1, gdzie $|\mathbf{A}| = 20$ m, $|\mathbf{B}| = 40$ m, $|\mathbf{C}| = 30$ m. Wyznaczyć składowe oraz długość, kierunek i zwrot wektora wypadkowego.

1.4 Punkt leżący na płaszczyźnie XY i mający współrzędne (x, y) można przedstawić jako punkt końcowy wektora $\mathbf{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$. Pokazać, że wektor przesunięcia cząstki, która przemieściła się od (x_1, y_1) do (x_2, y_2) jest wektorem $\mathbf{d} = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath}$. Narysować wektory $\mathbf{r}_1$ oraz $\mathbf{r}_2$ i zweryfikować graficznie, że $\mathbf{d} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$.

1.5 Dane są wektory $\mathbf{a} = (3, 4, 5)$ i $\mathbf{b} = (-1, 0, 1)$ (względem pewnego ustalonego układu współrzędnych). Znaleźć sumę wektorów, ich iloczyn skalarny oraz kat pomiędzy nimi.

1.6 W pewnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie dane są wektory $\mathbf{a} = (1, 0)$ i $\mathbf{b} = (-1, 1)$. Obracamy układ współrzędnych o 45° w kierunku dodatnim (czyli przeciwnie do kierunku wskazówek zegara). Jakie są teraz współrzędne tych samych wektorów? Czy po tej operacji zmieni się iloczyn skalarny tych wektorów? Sprawdź to bezpośrednim rachunkiem na współrzędnych. Oblicz ten sam iloczyn metodą "geometryczną". Czy w tym drugim przypadku wybór układu współrzędnych ma jakiekolwiek znaczenie?

1.7 oblicz iloczyn wektorów oraz kat pomiędzy wektorami *a*) $\mathbf{A} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} = (3, -2)$, $\mathbf{B} = 4\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} = (4, -4)$, *b*) $\mathbf{A} = 3\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k} = (3, 1, 2)$, $\mathbf{B} = \hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 3\hat{k} = (1, -2, 3)$.

1.8 Jeśli $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, to jaki kąt tworzą wektory $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$?

1.9 Pokaż tożsamości

1.10 oblicz iloczyn wektorów oraz kat pomiędzy wektorami *a*) $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$, *b*) $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{C} = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) \cdot \mathbf{B} - (\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}) \cdot \mathbf{A}$

2 Biegunowy układ współrzędnych

2.1 *a*) Dwa punkty leżące na płaszczyźnie mają współrzędne kartezjańskie: $(2, -4)$, $(-3, 3)$ (w jednostkach SI). Wyznaczyć odległości pomiędzy nimi oraz ich współrzędne biegunowe. *b*) Współrzędne biegunowe punktu (x, y) są (r, θ), to ile wynoszą współrzędne biegunowe punktów: $(-x, y)$, $(-2x, -2y)$, $(3x, -3y)$?

2.2 Wektory $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ są zaczepione w początku układu odniesienia i mają wspólrzędne biegunowe równe odpowiednio (r_1, θ_2) i (r_2, θ_2). Obliczyć $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$.

Dynamika

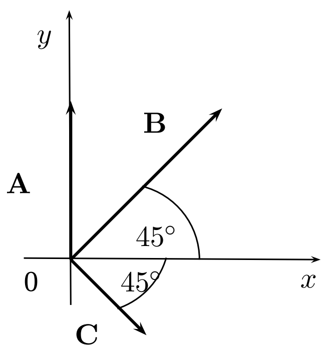
1.1 Na ciało działają dwie siły: $\mathbf{F} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + \hat{k}$ N i $\mathbf{F}_2 = \hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - \hat{k}$ N. Jaką dodatkowa siłę należy przyłożyć, aby siła wypadkowa była równa zeru?

1.2 Piłka o masie 2 kg uderza o doskonale gładką ścianę ustawioną wzdłuż osi $0Y$, z prędkością $\mathbf{v}_1 = 10\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}$ m/s i odbija się od niej doskonale sprężyście w czasie 0,2 s. ile wynosi średnia siła $\mathbf{F}$ z jaką ściana działa na piłkę?

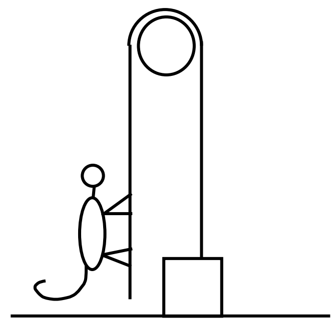
1.3 [1]Małpka o masie m wspina się po linie o znikomo małej masie przerzuconej przez krążek o zaniedbywalnej masie, po którym ślizga się bez tarcia. Do drugiego końca liny jest przymocowana skrzynia o masie M. Obliczyć najmniejsze przyspieszenie, z jakim małpa powinna się wspinać, aby skrzynka uniosła się z ziemi. Jakie będą wartości, kierunek przyspieszenia małpy oraz naprężenie liny, jeżeli po uniesieniu skrzynki w powietrze małpa przestanie się wspinać i będzie tylko trzymać się liny?

1.4 Dwie nierówne masy m_1 i m_2 są połączone dratwą o zaniedbywalnej masie, jak na rysunku 3. Zakładając, że ruch po powierzchni równi pochyłej odbywa się bez tarcia, znaleźć przyspieszenie mas i naprężenie dratwy.

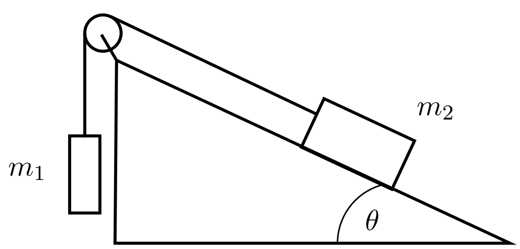
1.5 Na stole przymocowano jedna za drugą masy m_1, m_2, m_3 i połączono je z masą M (rysunek 4). Znaleźć przyspieszenie układu i naprężenia wszystkich nici.



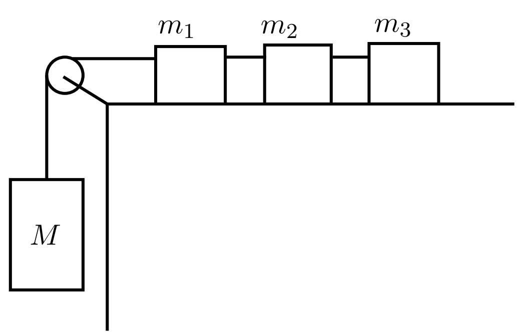
Rysunek 1:



Rysunek 2:



Rysunek 3:



Rysunek 4:

---

7 października 2010

Zadania zebrał
Grzegorz Harań

[1]D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003